

Hertentamen Inleiding Sterrenkunde

(8.7.2011, 9:00 – 12:00)

Instructies:

Schrijf op ieder bladzijde dat je inlevert je naam en studentnummer.
 Schrijf met een duidelijk handschrift!
 Lees voordat je begint alle vragen zorgvuldig door.
 Controleer je antwoorden zo ver mogelijk.

1. De wet van Rayleigh-Jeans geldt voor ^{lange} korte golflengtes, dus $h\nu \ll k_B T$. Leidt deze wet af uit de stralingswet van Planck. (3 punten)
2. Hieronder vindt u drie spectra van hoofdreekssterren.
- (a) Breng ze in de juiste volgorde van toenemende temperatuur. Licht je oplossing toe. (5 punten)
- (b) Stel dat je een toevallig gekozen sample van sterren aan de hemel neemt en hun helderheid en kleur in een HR-diagram zet. Leg in je eigen woorden uit of er een duidelijke hoofdreeks te zien is? (3 punten)

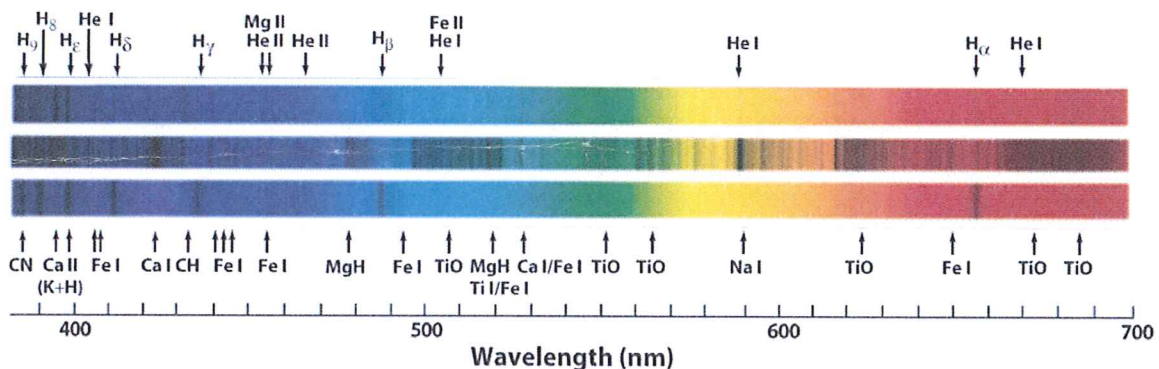


Figure 1: Spectra van hoofdreekssterren met hun lijnidentificaties.

3. Teken een Hertzsprung-Russel diagram met langs de verticale as de absolute magnitude, langs de horizontale as zowel temperatuur als de classificatie van de sterren en geef hierin duidelijk aan:
- (a) De hoofdreeks
 (b) Het evolutiespoor van de zon
 (c) Rode reuzen
 (d) Witte dwergen
 (e) Lijnen van gelijke diameter
- (9 punten)
4. Dubbelsterren: Een bron beweegt onder een hoek van 30 graad ten opzichte van de gezichtslijn af van een waarnemer op de aarde. De snelheid waarmee die bron afbeweegt is 80 km/s. De waarnemer beweegt langs een lijn, die een hoek van 20 graden ten opzichte van de gezichtslijn heeft, met een snelheid van 10 km/s.

- (a) Wat is de radiale snelheid van de bron ten opzichte van de waarnemer? (2 punten)
- (b) Hoe groot (in nm) is de golflengteverschuiving van de $H\alpha$ lijn (656.28 nm)? (2 punten)
- (c) Hoe zou de antwoord veranderen als de waarnemer de andere kant op beweegt? Uitleg! (2 punten)
5. De vrije val tijdschaal geeft aan how snel een ster zou ineenstorten als de buitengerichte drukkracht opeens ophoudt.
- (a) Bereken de vrije val tijdschaal van de zon met behulp van een gemiddelde dichtheid. (4 punten)
- (b) Hoe zou deze simple berekening veranderen als de dichtheid niet als constant wordt beschouwd? Uitleg in woorden (geen berekening nodig)! (2 punten)
6. Neem aan dat de sterren op cirkelbanen rond het massacentrum van de Melkweg draaien.
- (a) Leidt een formule af die de omloopsnelheden van de sterren als een functie van de massaverdeling $M(R)$ beschrijft (R is de afstand van het centrum van de Melkweg). (3 punten)
- (b) In hoever verschilt dit van de Kepler banen in ons zonnestelsel? Licht toe waarom. (3 punten)
7. Typische waarden voor de grootte en radiële snelheids dispersie van groepen van sterrenstelsels zijn $R = 500$ kpc en 300 km/s (let op, dit is alleen de radiële snelheidsdispersie!).
- (a) Leidt een vergelijking voor de massa van een groep sterrenstelsels af zodat het resultaat uitkomt in zonsmassa als je de grootte in Mpc invoert en de snelheidsdispersie in km/s (Hint: gebruik het viriaal theorema). (5 punten)
- (b) Wat is nou de typische massa van de boven aangegeven groepen van sterrenstelsels? (2 punten)
8. De aarde is omgeven door een netwerk van geostationaire satellieten (kunstmanen) die onder meer voor communicatie en televisie worden gebruikt (in een geostationaire baan duurt een omloop 24 uur).
- (a) Bereken de snelheid (in km/h) en afstand (in km) vanaf het centrum van de aarde voor een geostationaire kunstmaan. (4 punten)
- (b) Leg in je eigen woorden uit wat er zou veranderen voor de kunstmaan, als de dichtheid van de aarde twee keer zo klein zou zijn als nu (massa blijft hetzelfde). (3 punten)
- X (c) Bereken de verhouding tussen de getijdenwerkingen (verandering in versnelling Δa) op de kunstmaan veroorzaakt door de aarde en de zon (verhouding van Δa 's). Leid eerst een formule af voor Δa . (3 punten)

Totale aantal punten: 55

Radiation from a black body of temperature T at the wavelength λ or frequency ν :

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad (1)$$

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \quad (2)$$

Relation between wavelength shift $\Delta\lambda$, rest wavelength λ_0 and radial velocity v_r .

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (v_r \ll c) \quad (3)$$

Wien's displacement law:

$$\lambda_{\text{max}} T = 0.29 \text{ cm K} \quad (4)$$

Luminosity of a star with radius R

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (5)$$

Relation between optical depth τ , volume density n , length l and absorption coefficient σ

$$\tau_\lambda = nl\sigma_\lambda \quad (6)$$

Radiative transfer for pure absorption

$$I = I_0 e^{-\tau} \quad (7)$$

Boltzmann formula for a gas of temperature T

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-(E_j - E_i)/(kT)} \quad (8)$$

Saha equation for a gas with kinetic temperature T (assuming most of each species is in the ground electronic state)

$$\frac{n_e n(X_{r+1})}{n(X_r)} = \frac{2g_{r+1}}{g_r} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_{\text{ion}}/(kT)} \quad (9)$$

Ideal gas law relating pressure P , particle density n and temperature T

$$P = nkT \quad (10)$$

Mean velocity of particles with a mass m in a gas of temperature T

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (11)$$

De Broglie wavelength of a quanton and energy of a photon with a frequency f

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad E = hf \quad (12)$$

Energy levels of the hydrogen atom (main quantum number n , Bohr radius a_0)

$$E_n = -\frac{K_e e^2}{2a_0 n^2} \quad (13)$$

Gravitational Force

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad (14)$$

Centrifugal force

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad (15)$$

Gravitational potential energy of a sphere with radius R and mass M

$$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (16)$$

Coulomb forces between two charged particles with charges Z_1 and Z_2 and a distance r

$$F = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (17)$$

Kepler's third law (orbital period P , semi-major axis a)

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (18)$$

Mass-Period relation for binaries of masses m_1 and m_2 in circular orbits with a distance $R = r_1 + r_2$

$$4\pi^2 R^3 / G = (m_1 + m_2) P^2 \quad (19)$$

Period in a circular orbit (speed v)

$$P = 2\pi r / v \quad (20)$$

Parallax and distance (rad - radians; " - arcseconds)

$$p(\text{rad}) = \frac{1\text{AU}}{d} \quad d(\text{pc}) = \frac{1}{p(")} \quad (21)$$

Relation between apparent magnitude difference of two stars and their brightness ratio

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10} \left(\frac{b_1}{b_2} \right) \quad (22)$$

Distance modulus

$$(m - M) = 5 \log_{10}(d/10 \text{ pc}) \quad (23)$$

Ratio of total-to-selective extinction (A_V extinction in the V filter)

$$R = \frac{A_V}{A_B - A_V} \quad (24)$$

Continuity equation with mass density $\rho(r)$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (25)$$

Pressure P in hydrostatic equilibrium

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (26)$$

Radiative energy transport with an absorption coefficient per unit mass κ'

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\kappa'(r)\rho(r)}{16\pi r^2 \sigma T(r)^3} L(r) \quad (27)$$

Energy generation (ϵ is the energy generated per unit mass)

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r) \quad (28)$$

Jeans length and Jeans mass of a cloud with density ρ

$$R_J = \sqrt{\frac{kT}{Gm\rho}} \quad M_J = 4 \left(\frac{kT}{GM} \right)^{3/2} \rho^{-1/2} \quad (29)$$

Free-fall timescale for collapse of a cloud with density ρ

$$t_{\text{ff}} = \sqrt{\frac{1}{G\rho}} \quad (30)$$

Kelvin Helmholtz timescale

$$t_{\text{KH}} = \frac{U}{L} \quad (31)$$

Virial theorem (relation between potential and kinetic energy)

$$\frac{1}{2}U = E_{\text{kin}} \quad (32)$$

Virial mass of a galaxy cluster (velocity dispersion $\langle v^2 \rangle$, cluster radius R)

$$M = \frac{5}{3} \frac{\langle v^2 \rangle R}{G} \quad (33)$$

Surface brightness profile of an elliptical galaxy (effective radius r_e)

$$\mu(r) = \mu_e + 8.3268 \left[\exp\left(\frac{r}{r_e}\right)^{1/4} - 1 \right] \quad (34)$$

Surface brightness profile of a spiral galaxy (scale height h)

$$\mu(r) = \mu_0 + 1.09 \left(\frac{r}{h} \right) \quad (35)$$

Hubbles law (Hubble constant H_0)

$$v = H_0 d \quad (36)$$

Properties of main sequence stars:

Spectral type	M_V	B-V	T(K)	M_{BOL}	M/M_{\odot}	R/R_{\odot}	L/L_{\odot}
O5	-6	-0.45	35000	-10.6	39.8	17.8	3.2×10^5
B0	-3.7	-0.31	21000	-6.7	17.0	7.6	1.3×10^4
B5	-0.9	-0.17	13500	-2.5	7.1	4.0	6.3×10^2
A0	+0.7	0.0	9700	0.0	3.6	2.6	7.9×10^1
A5	+2.0	+0.16	8100	+1.7	2.2	1.8	2.0×10^1
F0	+2.8	+0.30	7200	+2.7	1.8	1.4	6.3
F5	+3.8	+0.45	6500	+3.8	1.4	1.2	2.5
G0	+4.6	+0.57	6000	+4.6	1.1	1.05	1.3
G5	+5.2	+0.70	5400	+5.1	0.9	0.93	7.9×10^{-1}
K0	+6.0	+0.54	4700	+5.8	0.8	0.85	4.0×10^{-1}
K5	+7.4	+1.11	4000	+6.8	0.7	0.74	1.6×10^{-1}
M0	+8.9	+1.39	3300	+7.6	0.5	0.63	6.3×10^{-2}
M5	+12.0	+1.61	2600	+9.8	0.2	0.32	7.9×10^{-3}

Symbol	Description	SI	cgs
c	Speed of light	$2.99792458 \cdot 10^8$ m/s	$2.99792458 \cdot 10^{10}$ cm/s
h	Planck's constant	$6.62606876 \cdot 10^{-34}$ J s	$6.62606876 \cdot 10^{-27}$ erg s
G	Gravitational constant	$6.673 \cdot 10^{-11}$ N m ² /kg ²	$6.673 \cdot 10^{-8}$ dyn cm ² /g ²
N_A	Avogadro's constant	$6.02214199 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹	$6.02214199 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹
R	Gas constant	8.3145 J mol ⁻¹ K ⁻¹	$8.3145 \cdot 10^7$ erg mol ⁻¹ K ⁻¹
m_e	Electron rest mass	$9.10938188 \cdot 10^{-31}$ kg	$9.10938188 \cdot 10^{-28}$ g
m_p	Proton rest mass	$1.67262158 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.67262158 \cdot 10^{-24}$ g
m_n	Neutron rest mass	$1.67492716 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.67492716 \cdot 10^{-24}$ g
m_u	Atomic mass unit	$1.66053873 \cdot 10^{-27}$ kg	$1.66053873 \cdot 10^{-24}$ g
m_H	Mass hydrogen atom	$1.00794 m_u$	
m_{He}	Mass helium atom	$4.0026 m_u$	
α	Fine structure const	$7.297352533 \cdot 10^{-3}$	$7.297352533 \cdot 10^{-3}$
k	Boltzmann's constant	$1.3806503 \cdot 10^{-23}$ J/K	$1.3806503 \cdot 10^{-16}$ erg/K
σ_{SB}	Stefan-Boltzman const	$5.6703 \cdot 10^{-8}$ W/m ² K ⁴	$5.6703 \cdot 10^{-5}$ erg/cm ² K ⁴
arcmin	Arcminute	$2.908882087 \cdot 10^{-4}$ rad	$2.908882087 \cdot 10^{-4}$ rad
arcsec	Arcsecond	$4.848136812 \cdot 10^{-6}$ rad	$4.848136812 \cdot 10^{-6}$ rad
ly	Lightyear	$9.460536207 \cdot 10^{15}$ m	$9.460536207 \cdot 10^{17}$ cm
pc	Parsec	$3.085677582 \cdot 10^{16}$ m	$3.085677582 \cdot 10^{18}$ cm
AU	Astronomical unit	$1.49597870691 \cdot 10^{11}$ m	$1.49597870691 \cdot 10^{13}$ cm
L_\odot	Solar Luminosity	$3.82 \cdot 10^{26}$ J/s	$3.82 \cdot 10^{33}$ erg/s
M_\odot	Solar Mass	$1.989 \cdot 10^{30}$ kg	$1.989 \cdot 10^{33}$ g
R_\odot	Solar radius	$6.96 \cdot 10^8$ m	$6.96 \cdot 10^{10}$ cm
M_\oplus	Earth Mass	$5.976 \cdot 10^{24}$ kg	$5.976 \cdot 10^{27}$ g
R_\oplus	Earth radius	$6.378 \cdot 10^6$ m	$6.378 \cdot 10^8$ cm
g_\oplus	Earth acceleration	9.80665 m/s ²	$9.80665 \cdot 10^2$ cm/s ²
M_{moon}	Moon mass	$7.35 \cdot 10^{22}$ kg	$7.35 \cdot 10^{25}$ g
M_{Jup}	Jupiter mass	$1.8986 \cdot 10^{27}$ kg	$1.8986 \cdot 10^{30}$ g
Jy	Jansky	$1 \cdot 10^{-26}$ J/m ² s Hz	$1 \cdot 10^{-23}$ erg/cm ² s Hz
erg		10^{-7} J	1 cm ² g s ⁻²
eV		$1.6022 \cdot 10^{-19}$ J	
dyn		10^{-5} N	1 g cm/s ²